

サンクトペテルブルクのパラドックス

ある晩、悪魔がやってきて私にこんな掛けを勧めた。

「これから、10円玉を何度も投げる。1回でも表が出たら勝負は終わりで賞金を払う。第1回目に表が出たら賞金は2円、1回目が裏で2回目に表が出たら、賞金は4円だ。裏が出るたびに、賞金は倍額になる。19回裏が続けて出て、20回目に表が出たら、賞金はざっと100万円だ。ところで、君は最初にいくら払わなければならない。いくらにしようか？」

私は、期待値を計算してみた。

$$\begin{aligned} & 2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{1}{2^2} + 2^3 \times \frac{1}{2^3} + \dots \\ & = 1 + 1 + 1 + \dots \\ & = \infty \end{aligned}$$



これは、無限大ではないか？

「そうなんだよ。君は絶対、得なんだ。どうだい10万円ぐらい払ったら？」

この賭けは、本当に得なのだろうか。

(三省堂 教科書「確率・統計」より)